gazdaságokat létesítettek, prémvadászatot űztek. Amikor pedig megismerték a gőz erejét, a szinte kimeríthetetlen szén, petróleum és vasércotelepek segítségével olyan anyagi kulturát fejlesztettek ki, ami messze túlszárnyalta az európait. Mit tapasztalunk, ha Európa és Amerika szellemi műveltségét vizsgáljuk? Ebben bizony Európa jár elől s a maga hatalmas, szerves történeti fejlődésével a tudományok, művészetek, irodalom terén még sok ideig utólérhetetlen lesz.

Az amerikai nép élete a természeti tényezőkhöz kötött. Északamerika óriási ásványtelepei a világ legnagyobb méretű ipari életét teremtették meg, de emellett a mezőgazdaságban is nagy termelés mutatkozik. Délamerika már túlnyomóan mezőgazdasági jellegű. (A gyáriparhoz szükséges fűtő- és nyersanyagokban szegényebb.)

Míg Északamerika vezetése munkás, szorgalmas, józan gondolkodású és nagy gyakorlati érzékkel megáldott nép kezébe került, addig Délamerikában mindig könnyelműen bántak a természet adományaival; folytonos lázongás, forrongás merítették ki a lakosság erejét, aki kitartó munkára kevésbbé volt hajlandó. (Ezt a szokást még Európából vitték magukkal.) Ezért boldogult jobban mindig Északamerika s a világ gazdasági romlásában még ma is elég jól állja a helyét. (Germán Amerika, latin Amerika.)

(A beszélgetést még néhány jellemző kép szemléltetése egészíti ki.)

Kendoff Károly.

Mennyiségtan

A trapez ismertetése a polgári fiúiskola III. osztályában.

II. rész.

A II. rész vázlata. Az egyenlőszárú és derékszögű trapez tulajdonságainak megállapítása és szerkesztése. A három trapezalak összehasonlítása. A terület megállapítása, ennek demonstrálására szolgáló modell készítése. A területi szabály igazolása a területegységek megszámlálása alapján a milliméter-papiron. Gyakorlati problémák. Összefoglalás.

Foglaljuk össze a mult órán tanultakat. Hányféle trapezalakot ismerünk? Hol fordulnak ezek elő, mint célszerűségi-, díszítő- és természeti formák? Milyen idomot nevezünk általános trapeznek? (Olyan négyszöget, amelynek két oldala párhuzamos, a másik kettő nem párhuzamos.) Hogy állapitottuk meg a trapez kerületét? Mennyi a trapez szögeinek összege? Milyen eljárásokkal jutottunk ehhez az eredményhez? Ha az általános trapez szögeit ismerni akarjuk, szükséges-e, hogy annak mind a négy szögét megmérjük? (Az általános trapezben a nem párhuzamos oldalakon fekvő két-két szög összege 180°, eszerint, ha a trapez két szögét megmértük, a másik kettő már mérés nélkül kiszámítható.) Milyen adatokból tudtuk a trapezt megszerkeszteni? (Csak a legfontosabb esetekről beszélhetünk.) *Gyakorlati szempontból melyik szerkesztésre van leginkább szükségünk?* Táblarajz alapján magyarázzák el a tanulók ennek a szerkesztésnek a menetét.

A házi feladat számonkérése. A feladatok számonkérésébe az egész osztály munkáját bekapcsoljuk.

1. Egy tanuló felolvassa az első feladatot. 8 és 12 cm-es oldalakkal egy egyenlőszárú háromszöget szerkesztettem. Hogyan? A háromszög C csúcsából az egyik 12 cm-es AC szárra lemértem 3 cm-t. Az így kapott D pontból két vonalzó segítségével az AB alappal párhuzamost húztam. Ezáltal a háromszög másik BC szárán E pontot kaptam. ABED idom a keresett trapez. Ennek az idomnak AB oldala 8 cm, AD oldala 9 cm. Megmértem a BE és DE oldalakat is. BE-t 9 cm-nek, DE-t 2 cm-nek találtam. Eszerint az ABED trapez egyenlőszárú. Az egyenlőszárú háromszögből egyenlőszárú trapezt kaptunk. Mérés nélkül nem tudtuk volna megállapítani a BE és DE oldalak hosszát? Igen, mert az arányos szakaszokról tanultak alapján, ha:

$$CD = \tfrac{1}{4}\,AC, \text{ akkor } CE = \tfrac{1}{4}\,BC \text{ és } DE = \tfrac{1}{4}\,AB, \text{ vagyis}$$
$$BE = 12-3 = 9 \text{ cm és } DE = 8:4 = 2 \text{ cm.}$$

Egy másik tanuló állapítsa meg a felrajzolt egyenlőszárú háromszág kerületét.

Egy harmadik tanuló olvassa fel a megmért trapez szögeinek fokszámait. Hány szöget kellett csak megmérnünk? (Csak egyet; az A csúcsnál fekvő szöget szögmérővel megmértem s azt 66°-osnak találtam. Eszerint a B csúcsnál fekvő szög is 66°-os. Miért? Viszont a D és E csúcsnál fekvő szögek 114°-osak. Miért? Ellenőrizzük, hogy ezeket az állításokat a mérések is igazolják. Eszerint az egyenlőszárú trapez szögeinek összege is 360°; továbbá itt is helyes az a megállapításunk, hogy a trapez nem párhuzamos oldalain fekvő szögek összege 2R = 180°. (Szögpárok ellenkező irányú párhuzamos szárakkal.) Volt-e valaki közületek, ki az egyenlőszárú trapez szögeinek összegét az általánosi trapeznél bemutatott másik két eljárással is beigazolta? Milyen eredményhez jutottatok?

A megrajzolt trapez megvizsgálásánál mi volt a következő lépés? Egy tanuló elmondja, hogy ezek után a trapez átlóit húzta meg. A két átló egyenlő hosszú, mérésnél mindkettőt 8·5 cm-nek találta. Most megkérdezem, van-e az egyenlőszárú trapeznek szimmetria tengelye? Hány? Hogy kapjuk meg a szimmetria tengelyt? Az egyenlőszárú háromszög C csúcsából az alapra bocsájtott merőleges a trapeznak is szimmetria tengelye. Mérés útján megállapítottuk, hogy ez a szimmetria tengely a trapez párhuzamos oldalait megfelezte. Eszerint hogy kapjuk meg az egyenlőszárú trapez szimmetria tengelyét? (A trapez párhuzamos oldalainak felezési pontjait összekötjük, vagy, ha az alap felezési pontjára a másik párhuzamos oldalig merőlegest húzunk.) Húzzuk meg a szimmetria tengelyt. Ekkor azt is észrevettük, hogy a két átló metszéspontja a szimmetria tengelyben van.

A következő kérdések arra vonatkoznak, hogy az egyenlőszárú trapez milyen adatokból szerkeszthető meg. Itt a tanulók kombinálnak. Legegyszerűbb, ha az egyenlőszárú trapezt az alapból, az alapon fekvő szögből és az egyik nem párhuzamos oldal hosszából szerkesztjük meg. Vázoljuk fel és mondjuk el ennek a szerkesztésnek menetét. Eszerint az egyenlőszárú trapez megszerkesztéséhez hány adatra van szükségünk? Az általános trapez megszerkesztéséhez négy adatra volt szükségünk, mi az oka annak, hogy az egyenlőszárú trapez megszerkesztéséhez három adat is elégséges? — Most kérdezem. Hogy szerkesztenénk meg a trapezt az alap hosszából, az egyik nem párhuzamos oldalból és a trapez ismert szélességéből. (magasságából)? Itt megjegyzem, hogy erre a szerkesztésre a gyakorlati életben már inkább szükségünk lehet. Majd megkérdezem, mi módon járnánk el akkor, ha az egyenlőszárú háromszöget tisztán az oldalak lemérése után akarnánk megszerkeszteni? Meg kell-e mérnünk mind a négy oldalt? Miért nem? Milyen lenne ez esetben a szerkesztés módja? Pl. ha egy búbos háztető elülső vagy hátsó lapjának kisebbített rajzát akarnánk elkészíteni. Gondoljunk az általános trapeznál követett eljárásra. (Lásd: A cselekvés iskolája, 1933/34. 3—4. számának 139. oldalát, 4. ábra.) Jól jegyezzük meg a szerkesztésnek ezt a módját, mert a gyakorlati életben erre az eljárásra van leginkább szükségünk.

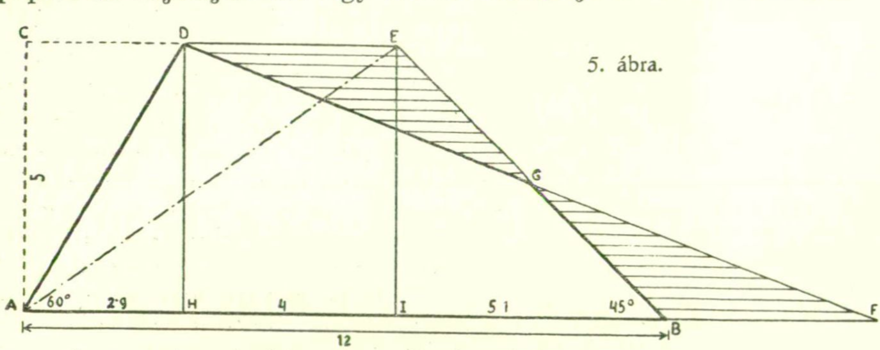
2. *Most számbavesszük a második feladatot,* nevezetesen a derékszögű trapezre vonatkozó szerkesztést. Itt a tanulók szerkesztése igazolta, hogy a 6 és 8 cm-es befogókhoz 10 cm-es átfogó tartozik s hogy a derékszögű trapez oldalai sorban 6, 7·5, 1·5 és 6 cm lesznek. A derékszögű trapez vizsgálata az egyenlőszárú trapeznél követett eljárások alapján történik. (Ha a derékszögű trapezt tisztán az oldalakból szerkesztjük meg, hány oldalt kell megmérnünk; van-e itt szükségünk segédvonal meghúzására?) A házi feladatok számonkérése után az új anyag tárgyalása következik.

A három trapezalak összehasonlítása. Miben egyeznek meg, miben különböznek? Mind a három trapezalakban két szembenfekvő oldal párhuzamos, a másik két oldal nem párhuzamos. A trapeznek oldalai általában különböző hosszúak. Az egyenlőszárú trapezben a két nem párhuzamos oldal mindig egyenlő.

A szögek összege mind a három trapezben 360°. A nem párhuzamos oldalakon fekvő szögek összege 180° Az egyenlőszárú trapezben a párhuzamos oldalakon fekvő szögek egyenlők. A derékszögű trapezben az egyik nem párhuzamos oldalon fekvő szögek egyenlők, tehát derékszögek. Mind a három trapezalakban két átló húzható. Az egyenlőszárú trapez átlói egyenlők. Szimmetria tengelye csak az egyenlőszárú trapeznek van, a tengely a párhuzamos oldalak felezési pontjain megy át. Az egyenlőszárú trapez átlóinak metszéspontja a szimmetria tengelyben fekszik. Az általános trapezt az általános háromszögből, az egyenlőszárú trapezt az egyenlőszárú háromszögből, a derékszögű trapezt a derékszögű háromszögből származtatjuk. Az általános trapez megszerkesztéséhez négy adatra, az egyenlőszárú és derékszögű trapez megszerkesztéséhez három adatra van szükségünk. *A gyakorlati életben főleg azoknak a szerkesztéseknek van értelme, mikor a trapezeket lemérhető oldalaikból* szerkesztjük meg. A derékszögű trapez ebben az esetben minden segédvonal meghúzása nélkül megszerkeszthető.

A trapez területe. (A trapez területének megállapítására osszunk ki a tanulók között megfelelő nagyságú csomagoló papirosokat. Egy ív csomagoló papirosból 16 ilyen darab kitelik. A tanulók geometriai eszközeik mellett ollót is hoztak magukkal, aminthogy a geometriai órákon olló mindig van náluk.)

A tárgyalás menete. *Probléma.* Szerkesszünk egy trapezt a következő adatokból: alap 12 cm, az alapon fekvő kétszög 60° illetőleg 45°; a trapez magassága 5 cm. Számitsuk ki ennek a trapeznek a területét! A tanulók a trapezt a kiosztott csomagoló papirosra rajzolják fel. Egy tanuló elmondja a szerkesztés me-



5. ábra.

netét. (5. ábra.) A felrajzolt ABED trapeznek húzzuk meg DH = (AC) magasságát is. Most tegyük fel a kérdést. Hogy számítanánk ki ennek az idomnak a területét? Itt a tanulók alig tudnak majd elindulni. Segítem őket. Eddig a téglalap és háromszög területét tanultuk kiszámítani. Megkérdezem, nem lehetne-e ezt a trapezt ilyen idomokra felbontani? Igy, ha a trapez E csúcsából is meghúznánk a magasságot, akkor a trapez területe

AHD háromszög, HIED téglalap és IBE háromszög területéből adódnék össze. Mérjük meg a szükséges adatokat és határozzuk meg ilyen módon a trapez területét. (Mérés után AH = 2·9 cm, HI = 4 cm, IB = 5·1 cm; a trapez magassága a szerkesztés szerint 5 cm. Igy a trapez területe

$$2·9 . 5/2 + 4.5 + 5·1 . 5/2 = 7·25 + 20 + 12·75 = 40 \text{ cm}^2 \text{ lesz.})$$

Hátha az AE átló meghúzásával két háromszögre osztanánk a trapezt, mi lenne akkor az eljárás? A két háromszög területét kellene összegeznem. (Itt a tanulók figyelmét fel kell hívnunk arra, hogy a DEA tompaszögű háromszög magasságát hogy kapjuk meg. AC = EI = 5 cm.) Végezzük el most is a szükséges számításokat.

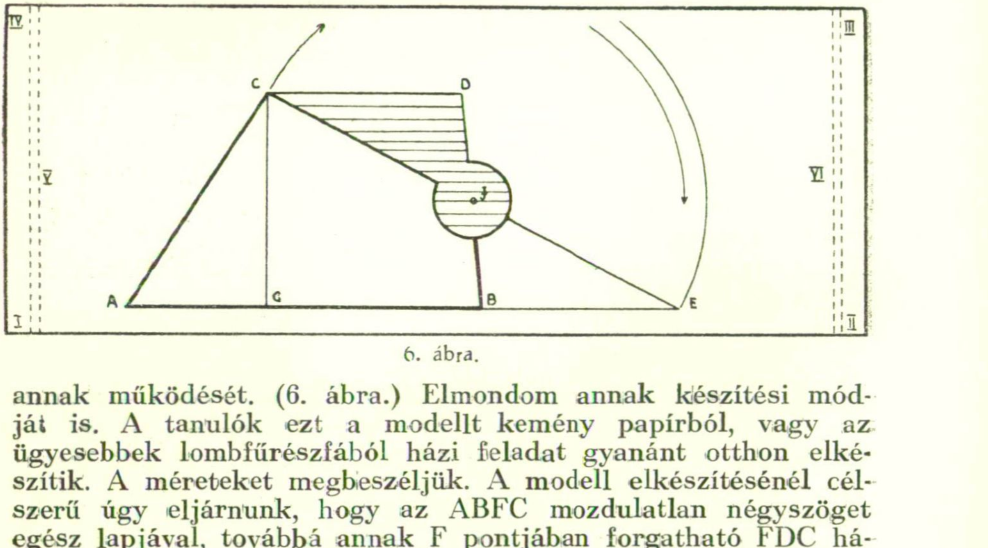
$$(4 . 5/2 + 12 . 5/2 = 10 + 30 = 40 \text{ cm}^2.)$$

Mindkét eljárás alapján 40 cm² a trapez területe. (Az I. osztályban a tanulók már tanulták ugyan a trapez területét, mégis szükséges, hogy a III. osztályban e kérdést ujból rendszeres tárgyalás alá vegyük.)

Most megállapítjuk a tanulókkal, hogy a trapez területének ilyen kiszámítása körülményes. Azért olyan eljárást kell keresnünk, hogy a trapez területét egyszerűbb úton és tisztán a trapez adatainak lemérése folytán határozhassuk meg. (Esetleg lesznek tanulók, kik erre az eljárásra az I. osztályból még viszszaemlékeznek.) Végezzük el a következő segédszerkesztést. AB oldal meghosszabbítására a B pontból mérjük fel DE-nek, a másik párhuzamos oldalnak hosszát. F pontot kaptuk. Megállapítjuk, hogy AF hossza az adott trapez két párhuzamos oldalának az összegével egyenlő. Most F pontot kössük össze D ponttal. Szines krétával (a tanulók szines irónnal) rajzoljuk körül az AFD háromszög kerületét. Hasonlóképpen húzzuk meg a DH magasságot is. Most az AFD háromszög területét hasonlítsuk össze az adott ABED trapez területével. Ezért a GED háromszöget ollóval vágjuk le s helyezzük azt rá az FGB háromszögre. A tanulók megállapítják a két háromszög területének egyenlőségét. Továbbá megállapítják, hogy eszerint az ABED trapez területe és az AFD háromszög területe egyenlő. Ami világos, hisz, ha GED háromszöget illesszük az ABGD szabálytalan négyszöghöz, akkor ABED trapezt, viszont a GED háromszög területével egyenlő BFG háromszögnek ugyanazon ABGD szabálytalan négyszöghöz való illesztésével AFD háromszöget nyerjük. Eszerint, ha AFD háromszög területét kiszámítjuk, ezáltal tulajdonképpen a vele egyenlő trapez területét is megállapítottuk. A háromszög területénél AF alap mértékszámát DH magasság mértékszámával kell megszoroznunk s a szorzatot kettővel elosztanunk. De AF hossza a trapez két párhuzamos oldalának összegével egyenlő, a HD magasság pedig a trapeznek is magassága. A trapez területe tehát mindig helyettesíthető egy olyan háromszög területével, melynek alapja a trapez két párhuzamos oldalának összegével, magassága pedig a trapez magasságával egyenlő. S így a trapez területét úgy kapjuk meg, ha a két párhuzamos oldal mértékszámának összegét a trapez magasságának mértékszámával megszorozzuk és a szorzatot kettővel elosztjuk. — Végezzük el a számítást! $(12+4).5:2=80:2=40$ cm^2.

Hasonlítsuk most össze a trapez területének kiszámításánál kapott eddigi három eredményt. Szükséges-e tehát, hogy a trapez területét vele egyenlő területű háromszöggé átalakítsuk. Nem, a trapez területe a trapez három adatának közvetlen leméréséval azonnal kiszámítható.

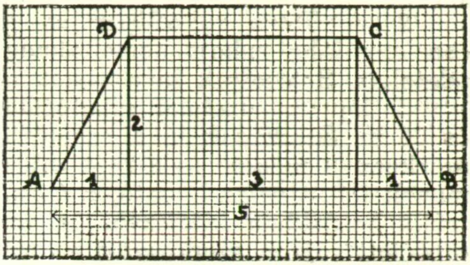
Most bemutatom a tanulóknak a trapez területi szabályának demonstrálására szolgáló és az intézet geometria-szertárában lévő nagyobb alakú, fából készült modellt s szemléltetem



6. ábra.

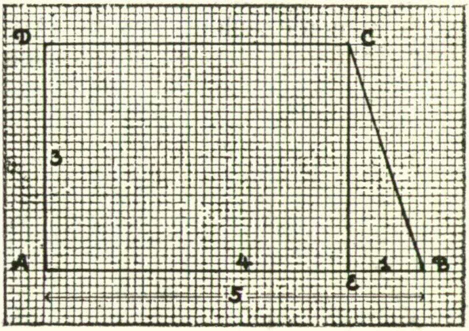
annak működését. (6. ábra.) Elmondom annak készítési módját is. A tanulók ezt a modellt kemény papirból, vagy az ügyesebbek lombfűrészfából házi feladat gyanánt otthon elkészítik. A méreteket megbeszéljük. A modell elkészítésénél célszerű úgy eljárnunk, hogy az ABFC mozdulatlan négyszöget egész lapjával, továbbá annak F pontjában forgatható FDC háromszöget az I—II—III—IV. téglalapalakú nagyobb keménylapra (deszkára) ragasszuk, illetőleg erősítjük. Ennek az alap keménypapírnak, vagy deszkalapnak a hátsó lapjára célszerű az V és VI irányban 1—1 harántlécet erősíteni, hogy azok elgörbülését megakadályozzuk.

A területi szabály igazolása a terület-egységek megszámlálása alapján a milliméterpapiron. A tanulók előveszik milliméterpapir füzetüket. A geometria (mennyiségtan) modern tanításánál a milliméterpapír füzeteket (lapokat) nem nélkülözhetjük. A tanulók természetesen már az előbbi tárgyalásoknál is használnak ilyen füzeteket. Növendékeink a megfelelő utasítások, illetőleg a szükséges adatok bemondása után milliméterpapír-füzeteikbe berajzolják a 7. 8. és 9. ábrákon látható trapezalakokat. C és D csúcsokból meghúzzák a magasságokat is. A tárgyalás menete most a következő: Mennyi lesz a 7. ábrában felrajzolt trapez területe. A területi szabály alkalmazásával ABCD trapez területe $(5+3).2:2=8$ cm^2 lesz. Most a területegységek leolvasásával igazoljuk be, hogy az ABCD egyenlőszárú trapez területe tényleg 8 cm^2. (Az ábrán a D és C csúcsból húzott magasság E, illetőleg F talppontja nincs feltüntetve.)

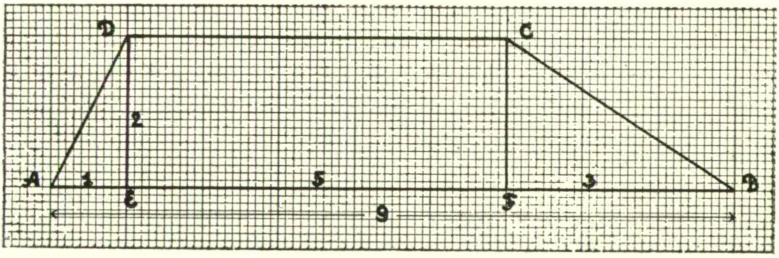


7. ábra.

EFCD téglalapban $2.3=6$ területegység (cm^2) van. AED és FBC háromszögekben 1—1 területegység (cm^2) van, mert AED, illetőleg FBC fele az AE és ED, illetőleg az FB és FC oldalakkal rajzolt 2 egységnyi területű tégla-



8. ábra.



9. ábra.

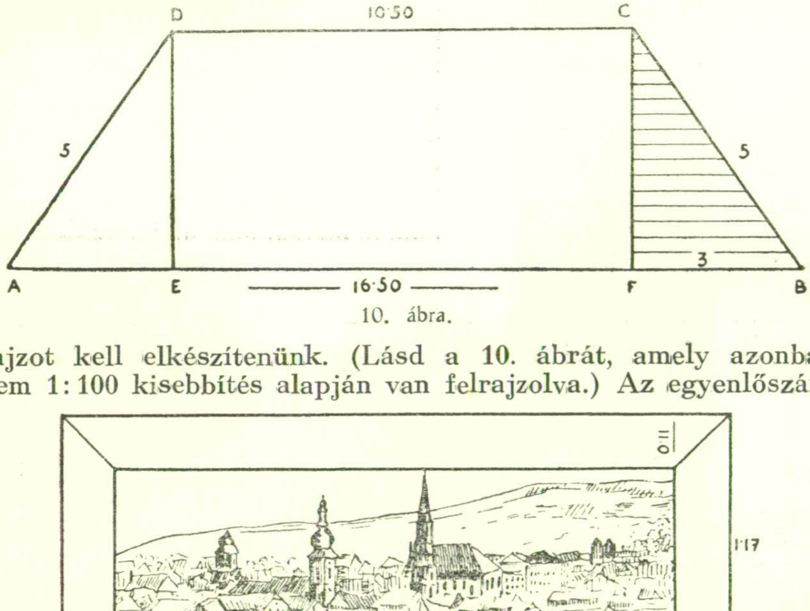
lapoknak. Eszerint a területi szabállyal lehozott területegységek száma megegyezik a leolvasott területegységekkel. Hasonlóképen járnánk el a 8. ábrában felrajzolt derékszögű és a 9. ábrában felrajzolt ált. trapeznál is. A területegységek leolvasása a derékszögű trapeznél két részben, az általános trapeznél három részben könnyen elvégezhető. *Az ilyen leolvasási feladatok gyakorlati jelentősége és meggyőző ereje rendkívül fontos.* A tanulók látják, hogy a szabály minden esetben tényleg valóságot mutat.

Néhány gyakorlati feladat. 1. Tantermünkben egy faszék van. Ülőlapja trapezalakú. Mérjük le azokat az adatokat, melyek alapján a területet kiszámíthatjuk.

2. A Tisza rakodópartján gyakran láthatunk szabályos csonka-gúlába rakott homoktömegeket. Lemértük a szükséges adatokat. Számoljuk ki a testet határoló 6 lapnak a területét.

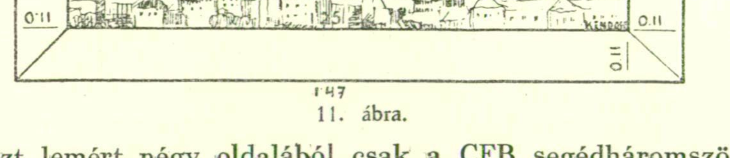
3. Egy trapezalakú szántóföld oldalai rendre 160, 96, 100 és 80 m. Számítsuk ki a szántóföld területét. (Rajz 1:2000; a szerkesztés menete és a rajz »A cselekvés iskolája« 3—4. számának 139. oldalán látható, 4. ábra.) Mennyi ez a terület katasztrális holdakban kifejezve. (A trapez magasságát, DF-t a kisebbített rajzon szerkesztés és mérés alapján kell megállapítanunk. Ha a mezőn akarjuk a magasságot megmérni, akkor a magasság kitűzésére szögkeresztet kell alkalmaznunk.)

4. Egy búbos háztető egyenlőszárú trapezalakú mellső lapjának méretei sorban 16·5, 5, 10·5 és 5 m. Mekkora a területe? Rajz 1:100. A terület kiszámítása végett előbb a kisebbített



10. ábra.

rajzot kell elkészítenünk. (Lásd a 10. ábrát, amely azonban nem 1:100 kisebbítés alapján van felrajzolva.) Az egyenlőszárú



11. ábra.

trapezt lemért négy oldalából csak a CFB segédháromszög ismerete útján tudjuk felrajzolni. CFB háromszög FB oldala csak 3 m lehet. (16·50 — 10·50 = 6; 6 : 2 = 3) A trapez megszerkesztésénél a CFB háromszög megrajzolásából indulunk ki. Az FB és BC oldalakból megszerkesztett FBC derékszögű háromszög most már a trapezt is meghatározza, mert annak megszerkesztése után az EFCD téglalap, illetőleg az AED háromszög előállítása önként adódik. A trapez területének kiszámításához a két párhuzamos oldalon kívül még FC magasságra van szükségünk. Ezt az adatot a rajz már készen mutatja. Világos, hogy FC hossza csak 4 m lehet.

5. Egy képet berámáztatunk. A kép oldalai 1·25 és 0·95 m hosszúak, a külső keret 1·47 és 1·17 m. (11. ábra.) Számítsuk ki a képkeret faanyagának területét, mint négy trapez összegét. Ellenőrizzük a számítást úgy, hogy a keret és kép területének különbségét vesszük.

Összefoglalás.

Kratofil Dezső.

Vegytan—ásványtan

A szén égési termékei

Tanítás a fiúiskola IV. o.-ban. (3 óra anyaga.)

I. Előkészítés—célkitűzés.

(Az alaktalan szenekről tanultak számonkérése.)

Emlékeztek még arra a kísérletre, amikor faszenet égettünk tiszta O-nel megtöltött cilinderben. (Vakító fénnyel égett. Az O fokozatosan fogyott, mert az izzó faszenet mindmélyebbre kellett süllyesztenünk. Fogyott a C is. A kétféle anyag azonban nem veszett el, hanem vegyületté: széndioxiddá, szénsavvá egyesült, ami a cilindert szinültig töltötte, mert az égő fapálcika benne kialudt.)

Hogy a szénsav egyéb tulajdonságait is megismerhessük, állítsuk elő nagymennyiségben.

II. Tárgyalás. Mindenekelőtt állapítsuk meg, hány atomos a széndioxid molekulája? (Három: 1 C + 2 O.) Írd fel a szerkezeti képletét a táblára! Hány vegyértékű a szén, ha 2 O-t le tud kötni? $\left(C\begin{matrix}=O\\=O\end{matrix}=CO_2.\right)$ Nos, állítsuk elő! Hogyan állítanál elő CO_2-t? (Faszenet vagy fát égetnék el a levegőn; a fában lévő C gyúlási hőmérsékleten a levegő O-jével CO_2-vé egyesül.) Jól gondolod. De vajjon csak CO_2 keletkezik? (Más gázok is keletkeznek, mely gázok lánggal égnek. Ha csupán CO_2 fejlődnék, akkor nem égne lánggal a fa.) Nekünk pedig tiszta CO_2-re van szükségünk, ha tulajdonságait meg akarjuk ismerni. (Tiszta CO_2-t nyerhetünk olymódon is, ha grafitot (100 %-os C) égetünk el — jelentkezik az egyik tanuló. — A felelettel nyomban készen áll a félosztály: a grafit gyúlási hőmérséklete nagyon magas s így nehézkes volna az előállítása.) Ha könnyűszerrel és mégis tisztán akarjuk a CO_2-t előállítani, akkor mészkőre és híg sósavra van szükségünk.